

# En- och tvåperiodsmodeller

**Per Krusell**

**20 Oktober 2008**

# 1 period, socialplanerare

John ändrar notationen i sina dokument!

$$u(c, 1 - l)$$

och

variant ①

$$c = Ak^\alpha l^{1-\alpha}$$

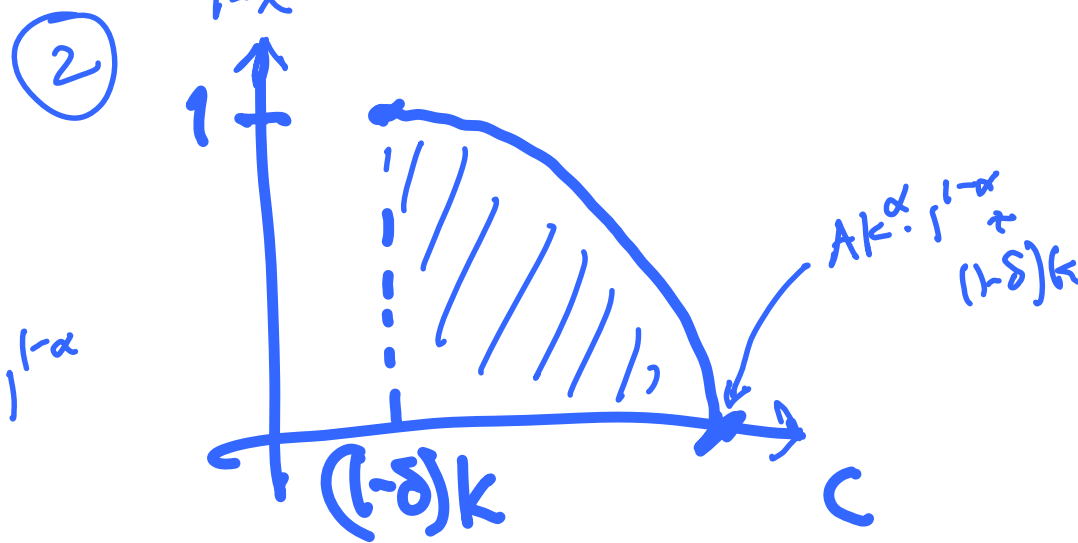
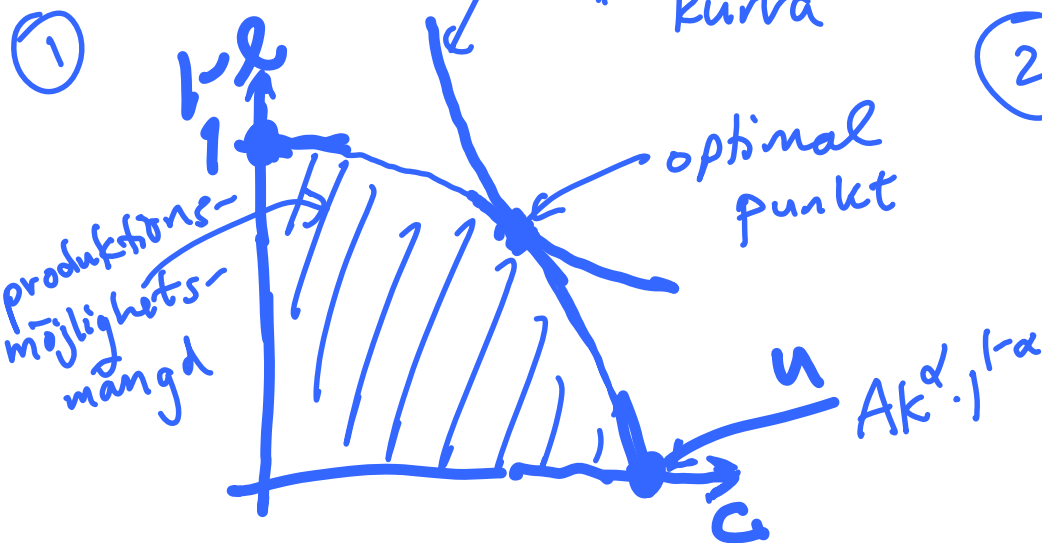
eller

variant ②

$$c = Ak^\alpha l^{1-\alpha} + (1 - \delta)k$$

(mer generell)

2 figurer:



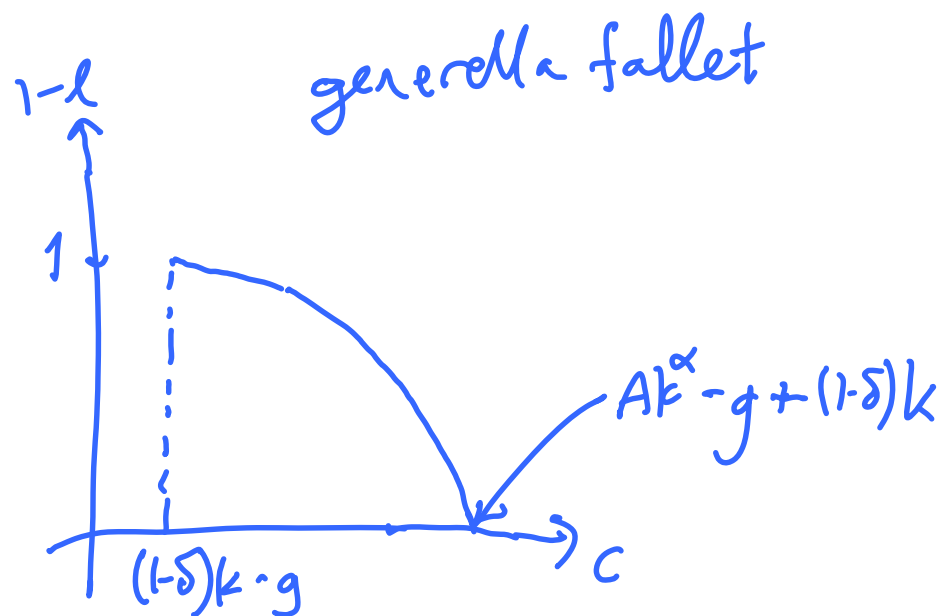
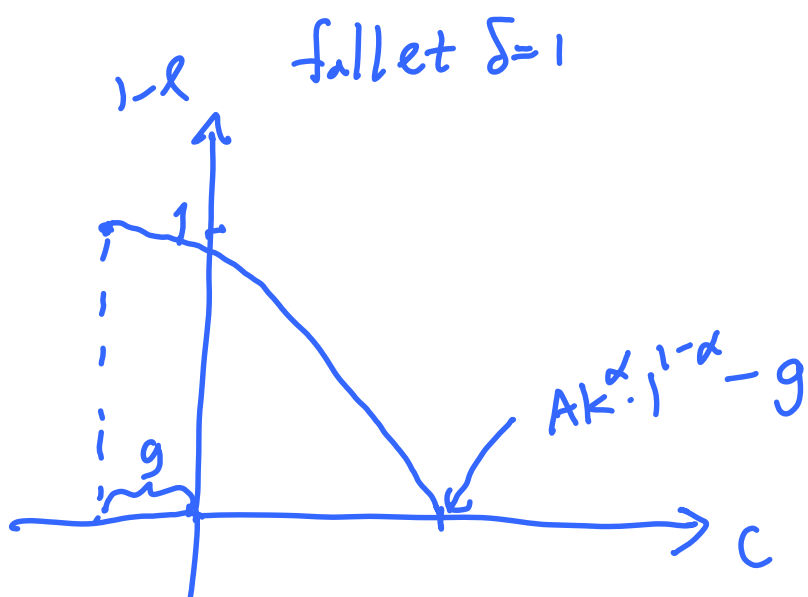
# 1 period, socialplanerare, med offentliga utgifter

$$u(c, 1 - l, g) \quad \swarrow \text{nytta av } g$$

(notera: viktigt huruvida  $c$  och  $g$  är goda substitut) och

$$c + g = Ak^\alpha l^{1-\alpha} + (1 - \delta)k$$

Figur:



# 1 period, decentraliserad jämvikt

variant ①

$$c = wl + rk$$

$r =$  "leasingpris" på kapital  
(konsumenten äger  $k$  och hyr ut det till företagen).

eller

variant ②

$$c = wl + (1 + r - \delta)k$$

product

Företagen: maximerar vinsten så att  $r = MPK$  och  $w = MPL_{labor}$

arginal

Figur:  
(variant ①)

$l-l$

1

Budgetlinje

väljs av konsumenten!

upphäbar

$w \cdot l + rk$

Notera: Konsumenten kan SJÄLV välja vilken punkt som helst i rom (budgetmängden).

MEN punkterna i det gröna fältet är otillgängliga om ALLA konsumenterna väljer dem (jfr allmän jämvikt a. individval)

$rk$

$AK^k$

$c$

# 1 period, skatter

- Olika sorters skatter:  $\tau_c, \tau_l, \tau_k, T$ .

$$(1 + \tau_c)c = (1 - \tau_l)wl + (1 + (r - \delta)(1 - \tau_k))k + T.$$

eller

$$c = (1 - \tau_l)wl + \frac{1 + (r - \delta)(1 - \tau_k)}{1 + \tau_c} \cdot k + \frac{T}{1 + \tau_c}$$

vad som beskattas med kapitalinkomstskatt är  $rk - \delta k$  andrag för kapital-kostnader

- $\tau_c$  och  $\tau_l$  snedvridande;  $\tau_k$  och  $T$  klumpsummeskatter.

- Ekvivalens:  $\tau \equiv \frac{\tau_l + \tau_c}{1 + \tau_c}$  den totala snedvridande skattesatsen.

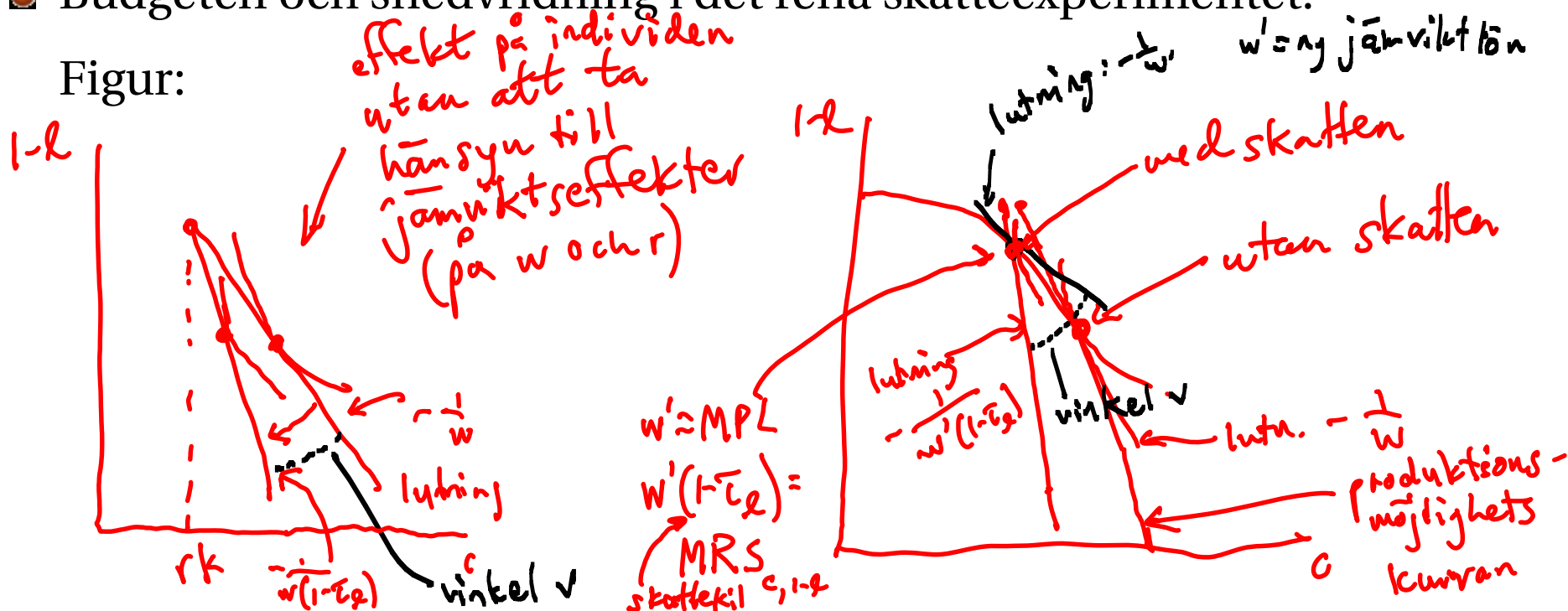
- Allmän jämvikt: ett rent skatteexperiment har  $T = w_l \tau_l$  (när detta är enda skatten).

En klumpsummeskatt: en skatt vars storlek man inte kan påverka med sina handlingar.  
 Om  $\tau_k \cdot (r - \delta)k$  sådan för  $k$  är inget val, iden är förutbestämd!

# Jobbar man mer eller mindre med höjda skatter?

- ⇒ jobbar mindre      ⇒ jobbar mer
- Substitutions- och inkomsteffekter.
- Det rena skatteexperimentet snedvrider  $l$ : en ökad skatt minskar  $l$ . Bara substitutionseffekten kvar.
- Om  $T$  är opåverkad av skatten (som kanske går till  $g$ ) kan  $l$  t o m öka, för konsumenten blir fattigare och väljer mindre fritid.
- Budgeten och snedvridning i det rena skatteexperimentet:

Figur:



# Viktiga aspekter av beskattning i makromodellen

- Hur stora är effekterna av skatter? En kvantitativ fråga.
- Hur ser preferenserna ut (kvantitativt)? Olika sorters estimat.
- Olika aspekter av arbetsutbud; intensive vs. extensive margin.
- Prescott's studie, och uppföljare.
- Stabiliseringspolitik: är en skattesänkning expansiv? Spelar det någon roll om momsens sänks ( $\tau_c$  ner) eller skatten på arbete sänks ( $\tau_l$  ner)?
- Behovet av en dynamisk modell!
- Behovet av en modell med arbetslöshet?
- Behovet av en modell med koordinationsproblem?

# 2 perioder, inelastiskt arbete; socialplanerare

$$u(c_1) + \beta u(c_2)$$

*↖ diskonteringsfaktor, < 1*

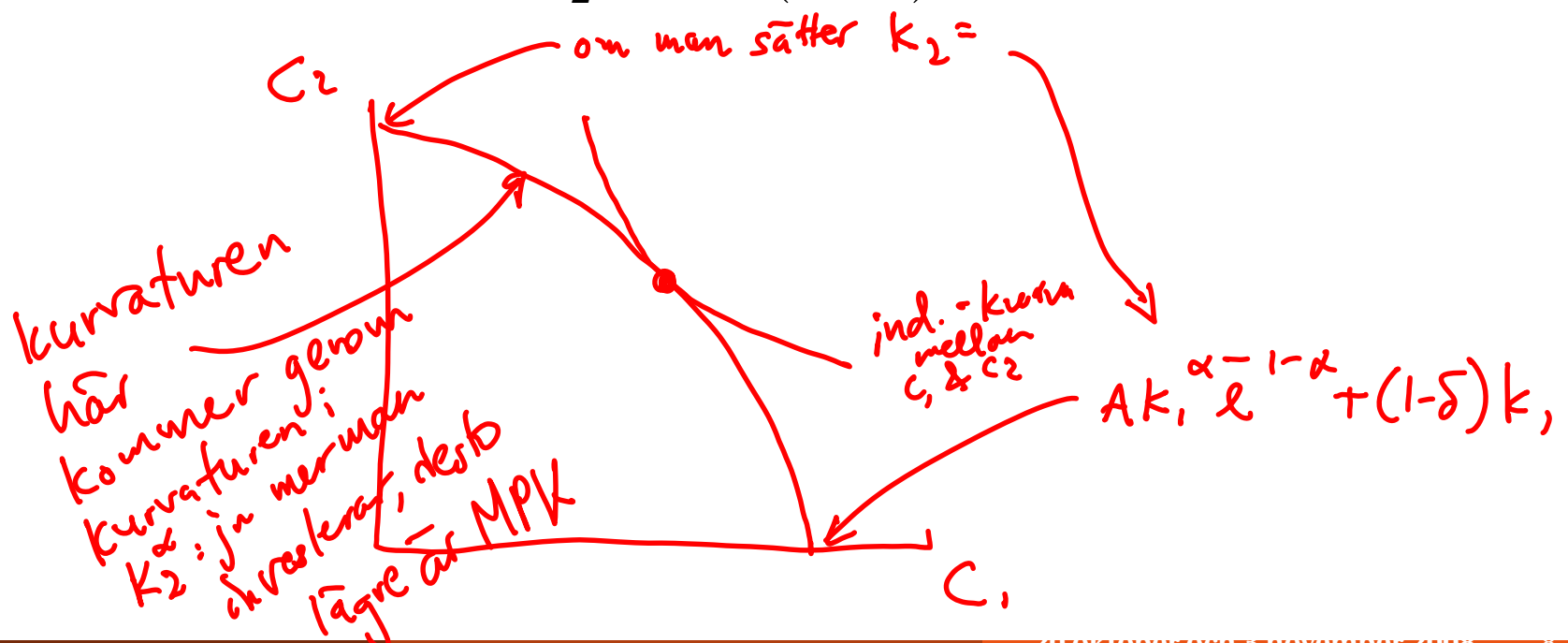
och

$$c_1 + k_2 = Ak_1^\alpha \bar{l}^{1-\alpha} + (1 - \delta)k_1$$

(där  $i_1 = k_2 - (1 - \delta)k_1$  är investering, och sparande) och

$$c_2 = Ak_2^\alpha \bar{l}^{1-\alpha} + (1 - \delta)k_2$$

Figur:





## 2 perioder, inelastiskt arbete; jämvikt

$$c_1 + k_2 = w_1 \bar{l} + (1 + r_1 - \delta)k_1$$

och

$$c_2 = w_2 \bar{l} + (1 + r_2 - \delta)k_2$$

samt konsolidering:

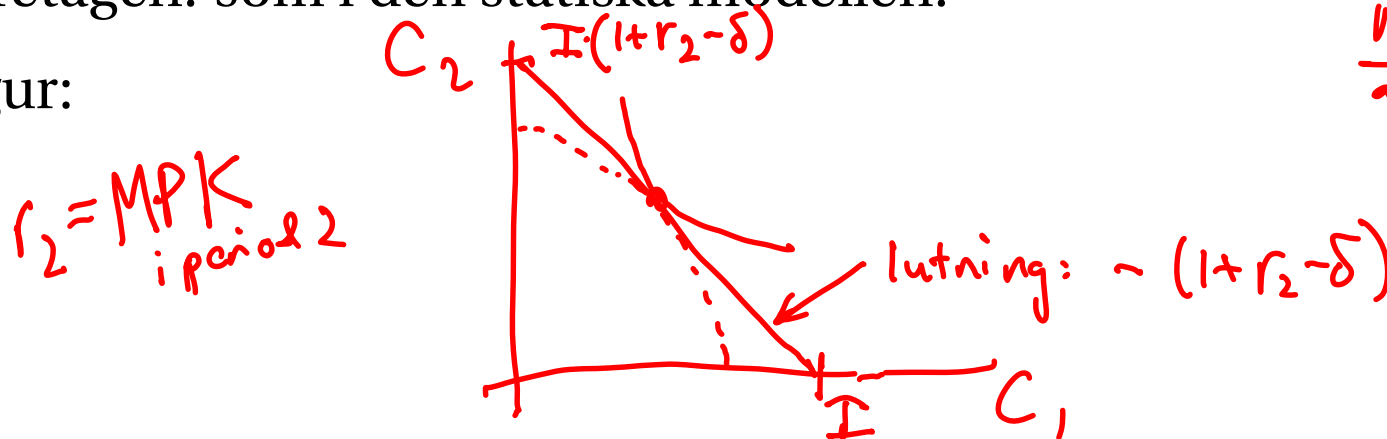
$$c_1 + \frac{c_2}{1 + r_2 - \delta} = \overbrace{w_1 \bar{l} + (1 + r_1 - \delta)k_1}^{\mathcal{I}} + \frac{w_2 \bar{l}}{1 + r_2 - \delta}$$

Rationella förväntningar!

*SAMT: perfekta kreditmarknader!*

Företagen: som i den statiska modellen.

Figur:



# 2 perioder, elastiskt arbete; socialplanerare

$$u(c_1, 1 - l_1) + \beta u(c_2, 1 - l_2)$$

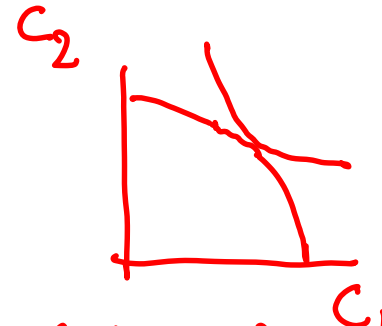
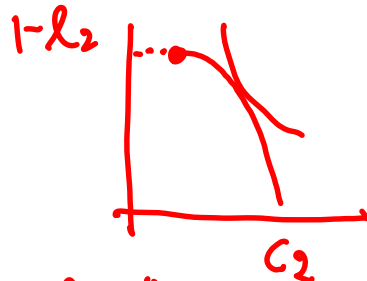
och

$$c_1 + k_2 = Ak_1^\alpha l_1^{1-\alpha} + (1 - \delta)k_1$$

och

$$c_2 = Ak_2^\alpha l_2^{1-\alpha} + (1 - \delta)k_2$$

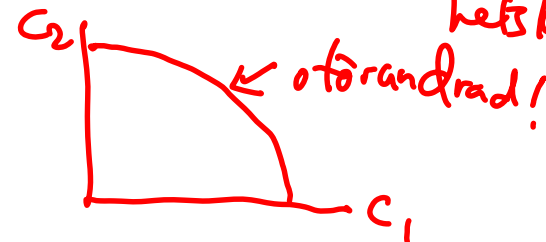
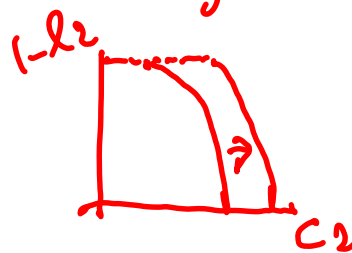
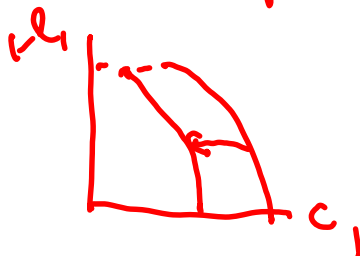
3 figurer:



Alla grafer "beror på" varandra". Säg att

$k_2 \uparrow$  t.ex. Då sker:

i optimum:  
tangering av  
alla indiff-  
med alla  
produktionsmöjl-  
hetskurvor!



## 2 perioder, elastiskt arbete; jämvikt

$$c_1 + k_2 = w_1 l_1 + (1 + r_1 - \delta)k_1$$

och

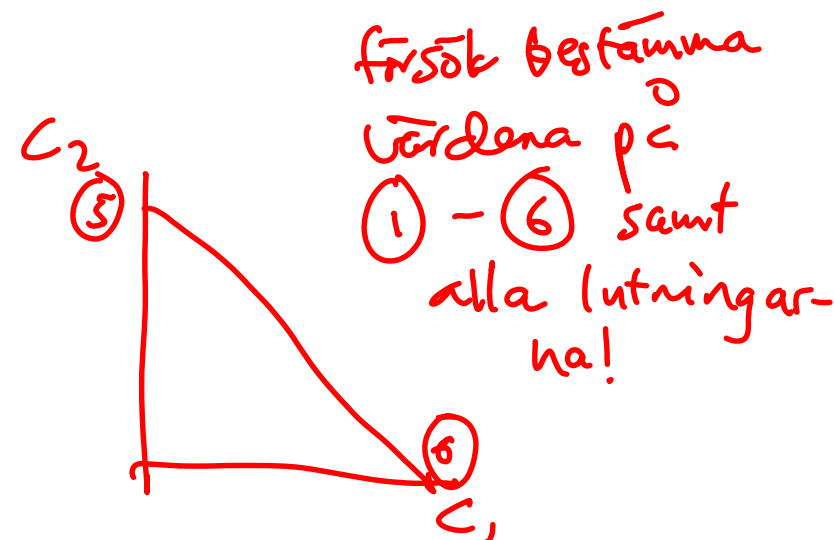
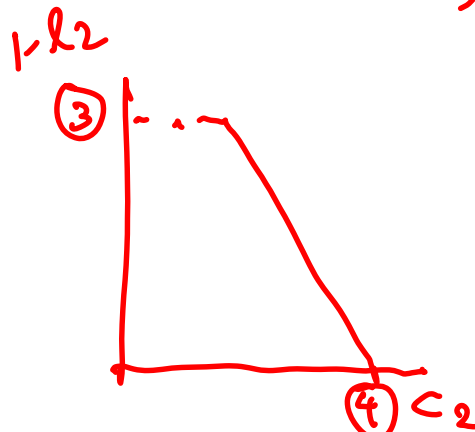
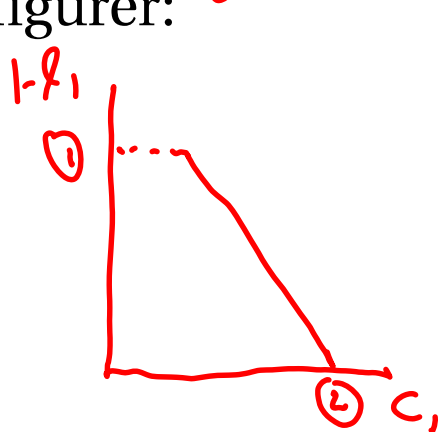
$$c_2 = w_2 l_2 + (1 + r_2 - \delta)k_2$$

samt konsolidering:

$$c_1 + \frac{c_2}{1 + r_2 - \delta} = w_1 l_1 + (1 + r_1 - \delta)k_1 + \frac{w_2 l_2}{1 + r_2 - \delta}$$

Företagen: som i den statiska modellen.

3 figurer: *(som också beror av varandra)*



## 2 perioder, skatter

- Olika sorters skatter: kapitalinkomstskatt, konsumtionsskatter, arbetsinkomstskatt

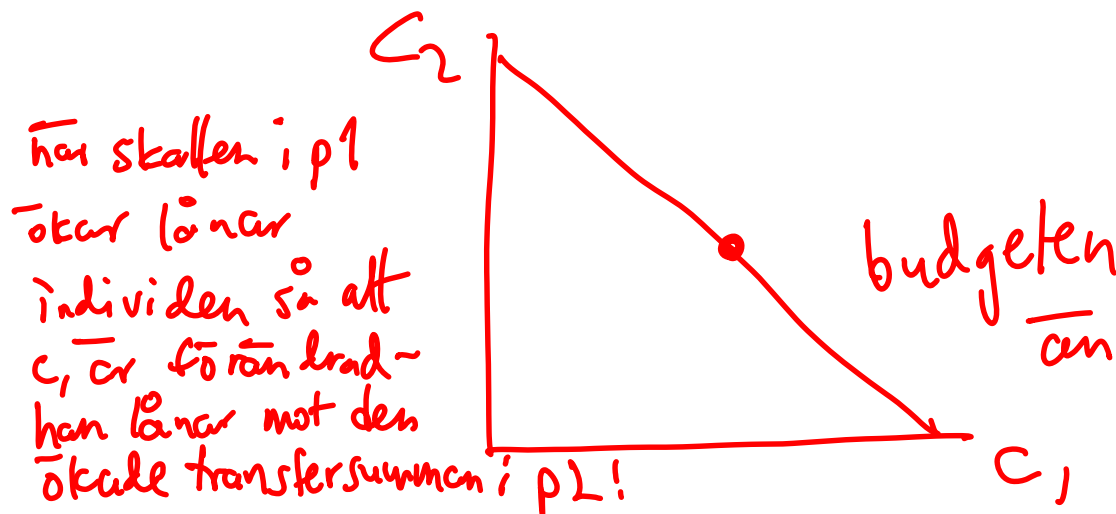
$$c_1(1 + \tau_{c1}) + \frac{c_2(1 + \tau_{c2})}{1 + (r_2 - \delta)(1 - \tau_k)} =$$

$$w_1 l_1(1 - \tau_{l1}) + (1 + r_1 - \delta)k_1 + \frac{w_2 \bar{l}(1 - \tau_{l2})}{1 + (r_2 - \delta)(1 - \tau_k)}$$

- Tidsberoende: ekvivalens mellan kapitalinkomstskatt och tidsberoende konsumtionsskatter *dvs  $\tau_k > 0$  är som  $\tau_{c2} > \tau_{c1}$ .*
- Tidsberoende: skillnad mellan att beskatta arbete alltid och att beskatta arbete i bara en period *ger "intertemporal substitution": jobba "mer nu, mindre efter 1a januari" t.ex.*
- Vikten av kreditmarknader!

## 2 perioder, skatter, forts

- Rikardiansk ekvivalens: exempel med klumpsummeskatter



$$T_1 > 0$$

$$T_2 = -T_1(1-\delta+r_2)$$

Ric.-ekv. håller ej

- om skatten sned-  
vridande
- om kreditmarknaden  
ej fungerar

- Rationella förväntningar om skatter och tidsinkonsistens - om  $T_1$  &  $T_2$  faller på olika tid-  
vänder

Sätt  $\tau_{k1} > 0$  och  $\tau_{k2} = 0$  : smart, ej snedvridande

... men när vi kommer till p2 är det inte längre smart med

- Hur får man igång ekonomin?

$\tau_{k2} = 0$  - då är den skatten  
ej längre snedvridande!

# En öppen ekonomi, 1 period: fokus på insatsvaror

Anta att arbetskraften är orörlig men att kapitalet kan röra sig fritt.

Anta priset på kapital därför är *givet*:  $\bar{r}$ .

Anta att de inhemska hushållen äger  $k$ .

I jämvikt används därför  $\tilde{k}$ , som inte nödvändigtvis är lika med  $k$ :  
 $\tilde{k} - k$  hyrs (leasas) från utlandet.  $\bar{r}(k - \tilde{k})$  är därför värdet av nettoexporten.

Implikationer:

- Är jämvikten optimal? (Gör jämvikten vad vår socialplanerare skulle göra?) Ja.
- Den inhemska lönen ställer in sig efter lönen utomlands.
- Vad händer om kapitalet inte kan röra sig fritt men arbetskraften kan röra sig fritt? Om båda kan röra sig fritt?

vi blir beroende av omvärlden också på en marknad som inte är internationell!

Slutsats: vi kan använda samma modell, med små modifikationer!

# Osäkerhet

Anta att produktiviteten i en framtida period ( $A$ ) är förknippad med osäkerhet: är stokastisk. Enkelt fall:  $A = A_l$  med sannolikhet  $\lambda$  och  $A = A_h$  med sannolikhet  $1 - \lambda$ , med  $A_h > A_l$ .

$$y = \underline{A} \cdot k^\alpha \ell^{1-\alpha}$$

Detta är en enkel sk real konjunkturmodell: produktivetsstörningar styr produktionen och leder till uppgångar och nedgångar.

Konsumenten (eller socialplaneraren) har nu ett svårare problem: hur handskas de med osäkerhet? Hur bedömer de den? De gillar den inte—vi uttrycker det med *riskaversion*.

Med osäkerhet: efterfrågan på försäkring, dvs skydd mot chocker.

I modellen med ett representativt hushåll kommer ingen sådan försäkring användas i jämvikt. Varför? I modeller med flera (olika) agenter, eller i en öppen ekonomi, där olika ekonomier utsätts för olika chocker, kommer däremot försäkringsmarknader spela stor roll—om de fungerar!

# Nytta under osäkerhet: riskaversion

Konsumentens nytta av osäkerhet mäts *ex ante*.

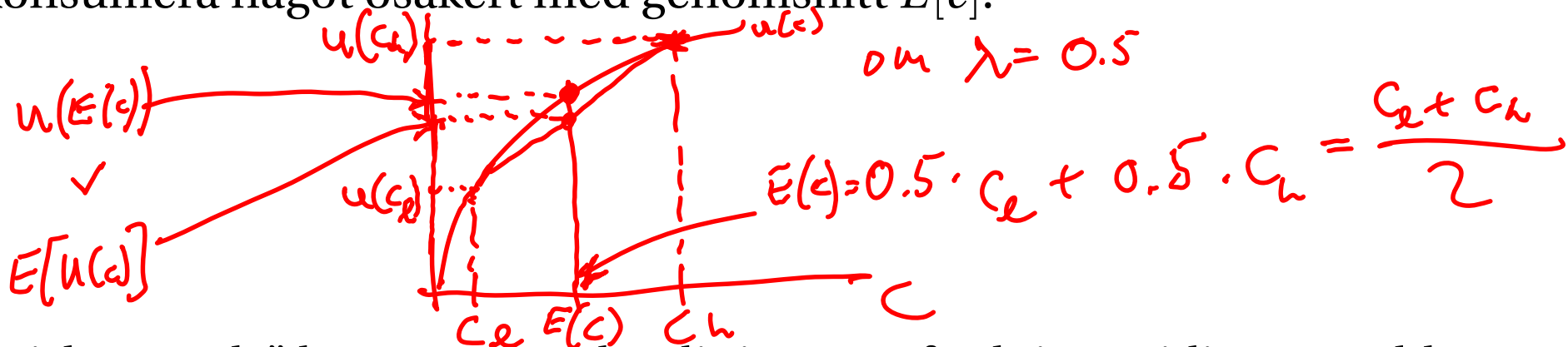
Vi använder *förväntad nytta*:

*Expected utility*  
 $E[u(c)].$

Riskaversion:  $u(c)$  strikt konkav:

$$E[u(c)] = \lambda u(c_l) + (1 - \lambda)u(c_h) < u(\lambda c_l + (1 - \lambda)c_h) = u(E[c]).$$

Man får högre nytta av att konsumera  $E[c]$  med säkerhet än av att konsumera något osäkert med genomsnitt  $E[c]$ .



“Riskneutrala” konsumenter har linjär nyttofunktion. Tidigare trodde man detta var det enda logiskt tänkbara sättet att utvärdera nytta.



# Marknader och osäkerhet I: en vara per tillstånd

Ett sätt att tänka på försäkringsmarknader: för varje “tillstånd” (som hög resp låg produktivitet, regn resp sol, etc) finns en separat konsumtionsvara.

Konsumtion när produktiviteten är hög:  $c_h$ . Pris:  $p_h$ .

Konsumtion när produktiviteten är ~~hög~~<sup>låg</sup>:  $c_l$ . Pris:  $p_l$ .

Detta kallas kompletta marknader.

Vad är de till för? För att kunna dela risken effektivt mellan konsumenter (som kan ha olika risk från början eller olika aversion till risk).

Anta att ett företag ger vinsten  $d_h$  (i tillstånd  $h$ ) eller  $d_l$  (i tillstånd  $l$ ).

Vad är priset,  $p$ , idag för företaget? Med kompletta marknader:

$$p = p_h d_h + p_l d_l.$$

Detta är ett exempel på s k arbitrage-prissättning.

## Marknader och osäkerhet II: tillgångshandel

Alternativt sätt att se marknaden under osäkerhet: genom priser på tillgångar, där tillgångarna har olika riskinnehåll.

I det här fallet: en riskfri obligation (som ger 1 både i tillstånd  $h$  och tillstånd  $l$ ), kostar  $q$  *ex ante*; samt en aktie (som ger  $d_h$  i tillstånd  $h$  och  $d_l$  i tillstånd  $l$ ), kostar  $p$  *ex ante*.

Dessa marknader är ekvivalenta med de som beskrivits ovan, för man har samma flexibilitet när det gäller att styra sin konsumtion i båda fallen.

Avkastning på riskfri tillgång:  $1/q$ .

Avkastning på aktie:  $d_h/p$  i tillstånd  $h$  och  $d_l/p$  i tillstånd  $l$ .

Nya tillgångar på marknaderna: bättre riskhantering (i princip).

# Allmän jämvikt och priset på risk

Anta att det bara finns ett (representativt) företag och att de producerar  $d_h$  och  $d_l$  i de två tillstånden.

Alltså måste i jämvikt konsumtionen vara just  $c_h = d_h$  och  $c_l = d_l$ .

Vad är dock priserna, och värderingen av risk, i jämvikt? Jo, eftersom nyttan är

$$E[u(c)] = \lambda u(c_h) + (1 - \lambda)u(c_l) = \text{jämvikt} = \lambda u(d_h) + (1 - \lambda)u(d_l)$$

är de proportionella mot

$$p_h = \lambda MU(d_h) = \lambda u'(d_h) \quad \text{och} \quad p_l = (1 - \lambda)MU(d_l) = (1 - \lambda)u'(d_l).$$

Notera nu att

$$\frac{p_h}{p_l} = \frac{\lambda}{1 - \lambda} \cdot \frac{MU(d_h)}{MU(d_l)} < \frac{\lambda}{1 - \lambda}$$

eftersom  $MU(d_h) < MU(d_l)$ .

# “The Equity Premium: A Puzzle

Kvalitativa slutsatser:

- Det är, justerat för sannolikheter, mer värdefullt med konsumtion i ett tillstånd med låg konsumtion för då är marginalnyttan hög. Detta är grunden till behovet av “försäkring”. [Obama!]
- Nu kan vi bestämma  $1/q = 1/(p_h + p_l)$  och genomsnittsavkastningen på aktier,  $\lambda(d_h/p) + (1 - \lambda)(d_l/p)$ . Den senare är högre, som compensation för risk, men hur mycket högre?

Mehra och Prescotts artikel “The Equity Premium: A Puzzle”: med rimlig kalibrering av den aggregerade konsumtionsprocessen och preferenserna blir premien mycket nära noll! Mystiskt.