

*med renskrivna
kommentarer!*

Lektioner 1–~~4~~3

Intro plus analys av 2-periodsmodellen

John Hassler och Per Krusell

January 28, 2006

1

Grundmodell—två perioder

Upplägg:

- Beståndsdelar i modellen.
- Diskussion av olika antaganden.
- Analys (lektion 2).

2

b. Mekanismer/viktiga antaganden—vi återkommer till dessa

- Full rationalitet: "revealed preference"-paradigmet.
- Marknader med perfekt konkurrens (inget strategiskt beteende).
- Inga "marknadsfriktioner": rörliga priser ser till att marknaderna klarar (inget utbuds- eller efterfrågeöverskott).
- Full information.
- Ingen osäkerhet (men senare inför vi den).

4

I. Beståndsdelar

a. Agenter

- En representativ konsument/arbetare.
- Ett representativt företag.
- En statsmakt (som vi inledningsvis bortser ifrån).

3

c. Variabler—kvantiteter

- En konsumtionsvara i varje period: c_1 och c_2 .
- Arbetade timmar: n_1 och n_2 .
- Kapitalstock: k_1 (exogen) och k_2 (endogen).
- Investeringar i period 1: i_1 . Mäts i samma enhet som k_2 :
 $k_2 = k_1(1 - \delta) + i_1$.
- In- och utlåning: \tilde{a}_2 .
- Produktion: y_1 och y_2 .
- Företagens vinst: Π_1 och Π_2 .

5

d. Variabler—priser

- Pris på konsumtion i period 1 och 2: P_1 och P_2 .
- Ränta: R_2 .
- Pris på arbetskraft (lön): W_1 och W_2 .
- Pris på "kapitaltjänst" (uthyrning): P_{k1} och P_{k2} .
- Pris på investeringsvaran/kapitalet: P_{i1} och P_{i2} .

6

e. Konsumentens budget

Konsumenten är också investerare.

$$P_{i1}c_1 + P_{i1}(k_2 - (1 - \delta)k_1) + \tilde{a}_2 = W_1n_1 + P_{k1}k_1 + \Pi_1$$

$$P_2c_2 = W_2n_2 + P_{k2}k_2 + P_{i2}k_2(1 - \delta) + \tilde{a}_2(1 + R_2) + \Pi_2$$

Relativpriser nog: normalisera och mät i konsumtionsenheter.

$$p_{i1} \equiv \frac{P_{i1}}{P_1}, p_{i2} \equiv \frac{P_{i2}}{P_2}, p_{k1} \equiv \frac{P_{k1}}{P_1}, p_{k2} \equiv \frac{P_{k2}}{P_2}, w_1 \equiv \frac{W_1}{P_1}, W_2 \equiv \frac{W_2}{P_2}, a_2 \equiv \frac{\tilde{a}_2}{P_1}, 1 + r_2 \equiv (1 + R_2)\frac{P_1}{P_2}, \pi_1 \equiv \frac{\Pi_1}{P_1}, \pi_2 \equiv \frac{\Pi_2}{P_2}$$

$$c_1 + p_{i1}(k_2 - (1 - \delta)k_1) + a_2 = w_1n_1 + p_{k1}k_1 + \pi_1$$

$$c_2 = w_2n_2 + p_{k2}k_2 + p_{i2}k_2(1 - \delta) + a_2(1 + r_2) + \pi_2$$

7

f. Nyttä, och nyttomaximering

I allmänhet:

$$U(c_1, n_1, c_2, n_2).$$

I synnerhet:

$$u(c_1, n_1) + \beta u(c_2, n_2).$$

Mao, additiv tidsseparabilitet, där $\beta \in (0, 1)$ är en diskonteringsfaktor.

Individen ser priserna som opåverkbara och väljer $(c_1, n_1, c_2, n_2, a_2, k_2)$ för att maximera $u(c_1, n_1) + \beta u(c_2, n_2)$ med villkoret att budgetvilkoren är uppfyllda.

8

g. Produktionsteknologier

I allmänhet:

$$k_j^c + k_j^i = k_j, \quad j = 1, 2$$

$$n_j^c + n_j^i = n_j, \quad j = 1, 2$$

$$c_j = F^c(z_j^c, k_j^c, n_j^c), \quad j = 1, 2$$

$$i_1 = F^i(z_1^i, k_1^i, n_1^i).$$

z representerar (exogen) produktivitet.

I synnerhet:

$$c_1 + i_1 = F(z_1, k_1, n_1)$$

$$c_2 = F(z_2, k_2, n_2).$$

Alltså, c och i är perfekta substitut.

9

h. Företagets beslutsproblem

Ett företag per period. I period 1 väljs c_1 och i_1 samt k_1 och n_1 för att maximera vinsten π_1 , dvs

$$\pi_1 = c_1 + p_{i1}i_1 - w_1n_1 - p_{k1}k_1$$

under bivillkoret $c_1 + i_1 = F(z_1, k_1, n_1)$.

Notera att priserna antas därför som opåverkbara: perfekt konkurrens.

I period 2 väljs k_2 och n_2 för att maximera vinsten π_2 , dvs

$$\pi_2 = F(z_2, k_2, n_2) - w_2n_2 - p_{k2}k_2.$$

10

j. Definition av jämvikt

En jämvikt med perfekt konkurrens definieras som värden c_1^* , c_2^* , n_1^* , n_2^* , i_1^* , k_2^* , a_2^* , π_1^* , π_2^* , w_1^* , w_2^* , p_{i1}^* , p_{k1}^* , p_{k2}^* , r_2^* med följande egenskaper:

- $(c_1^*, c_2^*, n_1^*, n_2^*, k_2^*, a_2^*)$ löser hushållets maximeringsproblem givet $(\pi_1^*, \pi_2^*, w_1^*, w_2^*, p_{i1}^*, p_{k1}^*, p_{k2}^*, r_2^*)$.
- $(c_1^*, i_1^*, n_1^*, k_1^*)$ löser företagets problem i period 1 givet $(p_{i1}^*, w_1^*, p_{k1}^*, n_1^*)$ med $\pi_1^* = c_1^* + p_{i1}^* n_1^* - w_1^* n_1^* - p_{k1}^* k_1^*$, och (n_2^*, k_2^*) löser företagets problem i period 2 givet (w_2^*, p_{k2}^*) , med $\pi_2^* = F(z_2, k_2^*, n_2^*) - w_2^* n_2^* - p_{k2}^* k_2^*$.
- $c_1^* + i_1^* = F(z_1, k_1^*, n_1^*)$ och $c_2^* = F(z_2, k_2^*, n_2^*)$.
- $a_2^* = 0$.

11

12

i. Marknadsklarering

- Arbetsmarknad (genom w_1 och w_2)
- Investerings- och kapitalmarknad (genom p_{i1} , p_{k1} och p_{k2})
- Länemarknad (genom r_2)
- Konsumtionsmarknad (genom Walras' lag)

II. Diskussion av antaganden, A: bara period 2

Först: grundantaganden.

- Antalet konsumenter. Är alla lika?
- Dito för företagen.
- Konkurrensantagandet.
- Strategiskt beteende—företag, konsumenter/arbetare.
- Preferenser, teknologi.
- Produktionsfaktorenas rörlighet.

13

Alltså: k_2 är nu given.

- Enda fråga: vad blir arbetsutbudet (n_2 , och produktionen)?
- Bestäms produktionen av utbud eller efterfrågan? Jfr. Keynesiansk analys. The Great Depression. Koordinationsproblemet?
- Anta att w_2 är satt för högt (över w_2^*), pga reglering om minimilön. Vad händer?
- Arbetslöshet?
- Kreditmarknadsimperfectioner?

14

III. Analys, A: bara period 2

Nu exogen: k_2^* . Dessutom, anta $p_{k_2}^* = 1$; se nedan. Jämvikten enklare: $c_2^*, n_2^*, \pi_2^*, w_2^*, p_{k_2}^*$, där:

- Preferenser.

- Framättsblickande?

- Vem investerar?

- Animal spirits, consumer confidence.

- (c_2^*, n_2^*) löser hushållets maximeringsproblem, som nu lyder

$$\max_{c_2, n_2} u(c_2, n_2)$$

givet budgetrestriktionen

$$c_2 = w_2^* n_2 + (p_{k_2}^* + (1 - \delta)) k_2^* + \pi_2^*.$$

borde multipliceras med $p_{k_2}^$, men vi antar $p_{k_2}^* = 1$, dvs överblivet kapital kan ättas, dvs det är perfekt substitut med konsumtion.*

- (n_2^*, k_2^*) löser företagets problem givet $(w_2^*, p_{k_2}^*)$, med $\pi_2^* = F(z_2, k_2^*, n_2^*) - w_2^* n_2^* - p_{k_2}^* k_2^*$.

- $c_2^* = F(z_2, k_2^*, n_2^*) + (1 - \delta) k_2^*$.

15

Schematiskt, vilka reala kvantiteter allokeras i denna ekonomi?

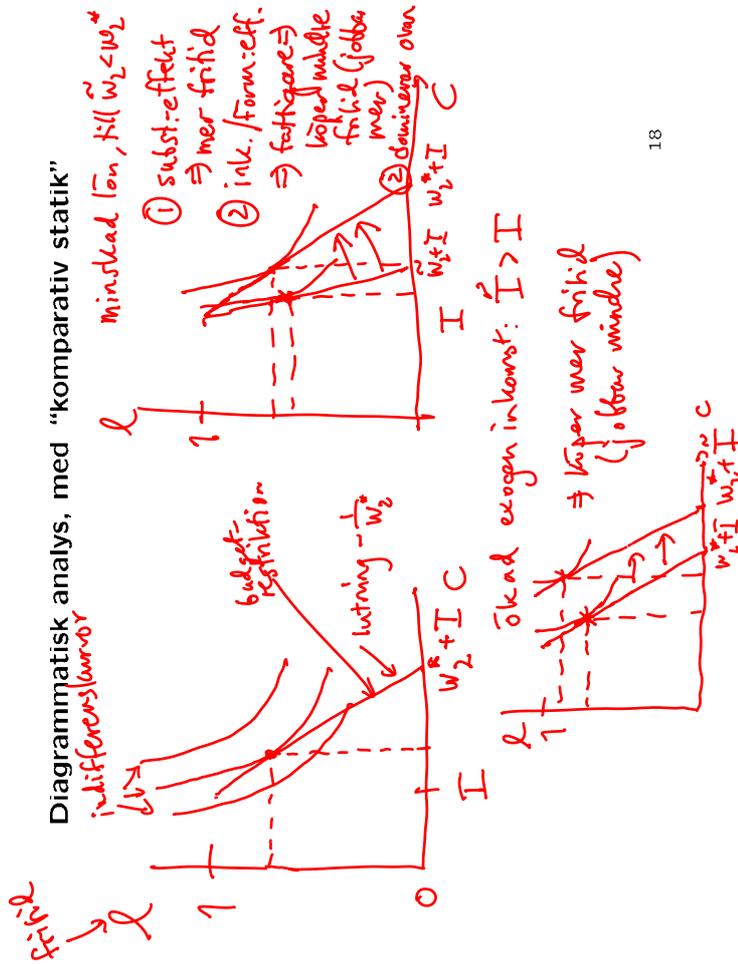
$$c_2 = F(z_2, k_2, n_2)$$

↑
exogena

bestäms av marknaden där företagens teknologi samspelar med individens preferenser.

⇒ nytta $u(c_2, n_2)$

Marknadsmekanism: w_2 justeras.



"definieras som"

III.A.i: partiell jämvikt, hushållets problem

exogen inkomst, $\equiv I$

Hur analyserar man

$$\max_{c_2, n_2} u(c_2, n_2) \quad \text{givet} \quad c_2 = w_2 n_2 + (p_{k2}^* + 1 - \delta) k_2^* + \pi_2^*$$

Hur analyserar man

$$\max_{x, y} u(x, y) \quad \text{givet} \quad x + py = I?$$

Se problemet som ett val av fritid ($l_2 = 1 - n_2$), inte av arbete!

$$\max_{c_2, l_2} u(c_2, 1 - l_2) \quad \text{givet} \quad c_2 + w_2 l_2 = w_2^* + (p_{k2}^* + 1 - \delta) k_2^* + \pi_2^*$$

Sammanfattning: vad påverkar arbetsutbudet?

- Lönen:
 - substitutionseffekt
 - inkomsteffekt 1
 - inkomsteffekt 2 (värdet av totaltiden går upp)
- Annan inkomst/förmögenhet (inkomsteffekt)
- Nyttofunktionen

Som exempel, $u(c_1, 1-l_2) = \alpha \log c_1 + (1-\alpha) \log l_2$
 Anta: $u_1 = \frac{\alpha}{c_1} \Rightarrow u_2 = \frac{1-\alpha}{l_2} \Rightarrow \frac{u_2}{u_1} = \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{c_1}{l_2}$

Algebra: 2 ekvationer, 2 obekanta

$$\frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{c_2}{l_2} = \frac{w_2(c_2, 1-l_2)}{w_1(c_2, 1-l_2)} = w_2^*$$

$$c_2 + w_2^* l_2 = w_2^* + (p_k^* k_2 + 1 - \delta) k_2^* + \pi_2^*$$

2 ekv. \Rightarrow

$$c_2 = \alpha(w_2^* + I)$$

$$l_2 = (1-\alpha) \left(1 + \frac{I}{w_2^*}\right)$$

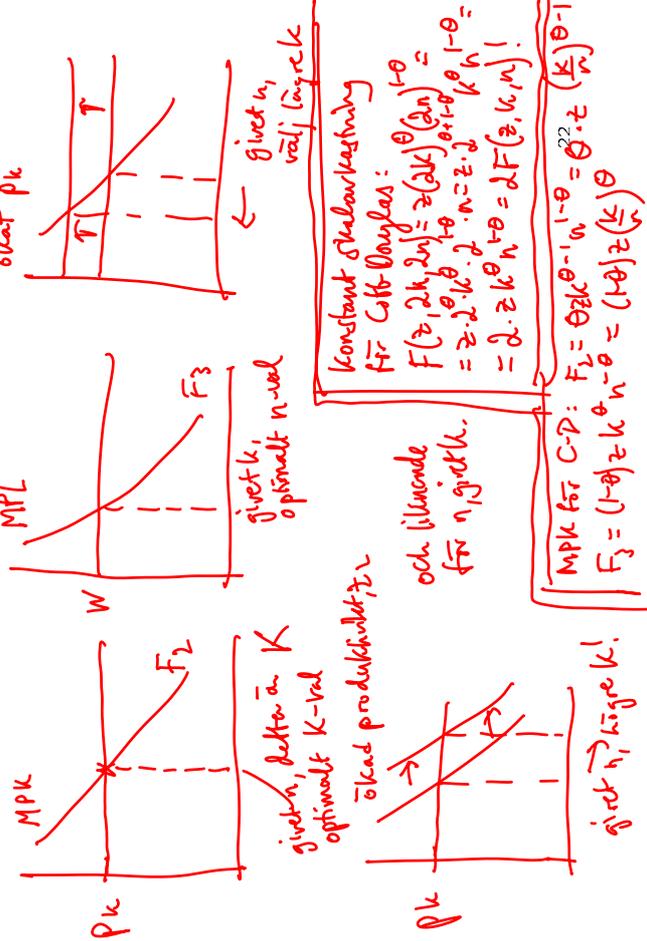
(kolla att det stämmer!)

Lös för (c_2, l_2) som funktion av priser och inkomst.

Notera: arbetsutbudet "beror på" konsumtionen (inkomsteffekt).

Notera: $c_2 = \alpha(w_2^* + I)$ ökar i w_2^* & I , som i bilden ovan.
 i exempel $l_2 = (1-\alpha) \left(1 + \frac{I}{w_2^*}\right)$ ökar i I och minskar i w_2^* ,
 också som i bilden: högre förmögenhet \Rightarrow mer fritid, högre lön \Rightarrow mindre fritid.

Diagram: insatsvaruval givet priser, och komparativ statik



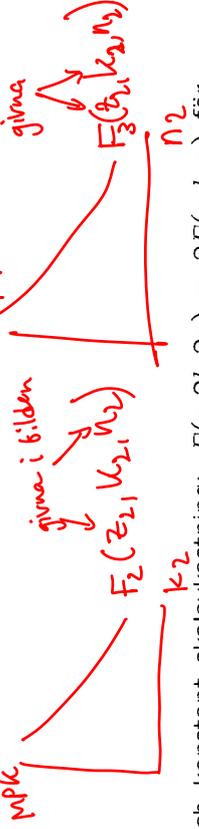
$0 \leq \theta \leq 1$
 III.A.ii: partiell jämvikt, företagets problem
 Exempel: $F(k, l, n) = z k^\alpha n^{1-\alpha}$
 "Cobb-Douglas"

Hur analyserar man

$\max_{k_2, n_2} F(z_2, k_2, n_2) - w_2 n_2 - p_k k_2$

F antas ha

- minskande marginalavkastning för båda insatsvarorna: $F_{22} < 0$ och $F_{33} < 0$; diagrammatiskt



- och konstant skalavkastning: $F(z, 2k, 2n) = 2F(z, k, n)$ för alla (z, k, n) .

Sammanfattning: vad påverkar arbetskraftsefterfrågan?

- Lönen
- Mängden kapital
- Teknologin, t ex z_2 .

III.A.iv Välfärdsanalys

En socialplanerare löser allokeringproblemet direkt!

$$\max_{c_2, l_2} u(c_2, 1 - l_2)$$

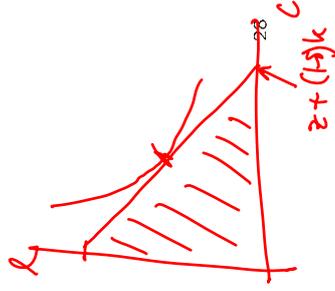
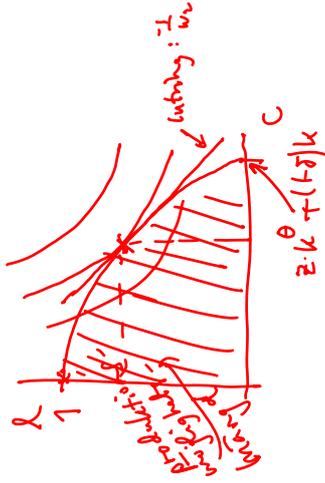
under restriktionen
$$c = z k^\theta (1-l)^\phi + (1-\delta)k$$

$$c_2 = F(z_2, k_2, 1 - l_2) + (1 - \delta)k_2.$$

Diagrammatiskt:

fall 1: $0 < \theta < 1, + \alpha, \theta = \frac{2}{3}$

fall 2: $\theta = 0, \text{ s\u00e5 } c = z(1-l) + (1-\delta)k$



Vad kan g\u00e5 fel? \u00c4r analysen rimlig?

- Varf\u00f6r inte f\u00f6rs\u00f6ka \u00f6ka produktionen p\u00e5 marknaden (t ex genom "syssels\u00e4ttnings\u00e5tg\u00e4rder")?
- Vilken effekt skulle en subvention eller en skatt ha?
- Vad \u00e4r ett Keynesianskt koordineringsproblem?
- Vilken roll spelar rationalitetsantagandet i analysen?
- \u00c4r arbetsutbudet "kontinuerligt"? Fasta kostnader f\u00f6r att arbeta.

Vad v\u00e4ljer socialplaneraren? Samma som marknaden!!

Marginalvillkor f\u00f6r socialplaneraren:

$$\frac{u_2(c_2^*, n_2^*)}{u_1(c_2^*, n_2^*)} = F_3(z_2, k_2^*/n_2^*, 1).$$

Marknaden levererar:

med skatt p\u00e5 arbete:
$$\frac{u_2(c_2^*, n_2^*)}{u_1(c_2^*, n_2^*)} = w_2^* = F_3(z_2, k_2^*/n_2^*, 1).$$

$$w_2(1-l) = w_2^* \text{ (originala k\u00e4rsets\u00e5tt)}$$

B\u00e5da uppfyller

$$c_2^* = F(z_2, k_2^*, n_2^*) + (1 - \delta)k_2^*.$$

Detta \u00e4r beviset f\u00f6r att "marknaden fungerar".

III.A.v. Skatter och offentlig konsumtion

Vi antar nu att staten beh\u00f6ver spendera g_2 . Finansiering sker med skatter: dels klumpsummeskatt, t_2 , dels proportionella skatter: τ_{k2} p\u00e5 \u00f6rneinkomst samt τ_{k2} p\u00e5 kapitalinkomst, med avdrag f\u00f6r depreciering.

Hush\u00e5llens budgetrestriktion \u00e4ndras till

$$c_2 + w_2(1 - \tau_{l2})l_2 = w_2(1 - \tau_{l2}) + (1 + (p_{k2} - \delta)(1 - \tau_{k2}))k_2 - t_2.$$

Statens budgetrestriktion lyder

$$g_2 = \tau_{l2}w_2(1 - l_2) + (p_{k2} - \delta)\tau_{k2}k_2 + t_2.$$

Summerar vi dessa f\u00e4r vi

$$c_2 + g_2 = w_2(1 - l_2) + (1 + (p_{k2} - \delta))k_2 = F(z_2, k_2, 1 - l_2) + (1 - \delta)k_2,$$

dvs den totala resursrestriktionen i ekonomin.

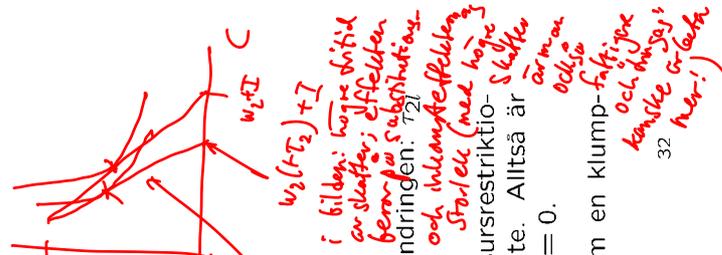
Jämviktsvillkor med skatter

$$\frac{u_2(c_2, n_2)}{u_1(c_2, n_2)} = w_2(1 - \tau_{2l})$$

nytt

$$c_2 + g_2 = F(z_2, k_2, n_2) + (1 - \delta)k_2$$

$$F_3(z_2, k_2/n_2, 1) = w_2$$



Fortfarande 3 ekvationer och tre obekanta. Enda ändringen: τ_{2l} .
dyker upp i hushållets marginalvillkor.

Socialplanerarproblemet ändras bara genom att resursrestriktionen innehåller g_2 , så dess marginalvillkor ändras inte. Alltså är marknadsjämvikten optimal om och endast om $\tau_{2l} = 0$.

t_2 och τ_{2k} syns inte. Alltså fungerar även τ_{2k} som en klumpsummeskatt! Kapitalstocken är ju given.

*32
är man
och
kan
och
her!*

Konsumtion och investeringar: en förenklning

I allmänhet antog vi att c och i produceras med olika teknologier, F^c och F^i .

För att förenkla antar vi nu att $F^c = F^i$. Detta innebär

- att de två varorna blir perfekta substitut och
- att p_i^* blir lika med 1.

Svagheter i antagandet:

- Verkligheten: trögheter i transformationen mellan c och i .
- Som reaktion på makrochocker och ekonomisk politik kommer p_i^* normalt att förändras.
- Teknisk utveckling: i lättare att producera nu än c .

III.B 2-periodsmodellen

Vad är nytt?

1. Flera marknader måste klaras: samma som tidigare, men både i period 1 och 2.
2. En intertemporal marknad, som bestämmer k_2 (och i_1) samt de tillhörande intertemporala priserna, t ex r_2 .
3. Två slutligvaror—konsumtion och investeringar—i period 1.
4. Ett (trivialt) portföljvalsproblem; arbitragevillkor.
5. Summa summarum: fler ekvationer, fler obekanta.

Konsumentens dynamiska nyttomaximeringsproblem

– Konsumenten vill maximera

$$u(c_1, 1 - l_1) + \beta u(c_2, 1 - l_2)$$

*$a_2 < 0$
fullt*

under budgetrestriktionerna (anta noll vinstintäkter)

$$c_1 + l_1 w_1 + i_1 + a_2 = w_1 + p_{k1} k_1$$

$$c_2 + l_2 w_2 = w_2 + (1 - \delta + p_{k2})(k_1(1 - \delta) + i_1) + a_2(1 + r_2)$$

– Först ett portföljvalsproblem: investeringar, i_1 , eller utlåning a_2 ?
(“aktier”) (“bank”) (“lån”)

Båda ger säker (deterministisk) avkastning. För att de ska användas av konsumenterna måste de därför ge samma avkastning:
> skulle ge en större avkastning än de andra
< skulle ge en mindre avkastning än de andra

$$1 + r_2 = 1 - \delta + p_{k2}$$

1 + r_2 = 1 - \delta + p_{k2}
< Skulle ge en mindre avkastning än de andra
> Skulle ge en större avkastning än de andra

Budgetkonsolidering och lösning

Vi "konsoliderar" budgeten—skriver om den i nuvärde—genom att substituera:

$$c_1 + l_1 w_1 + \frac{c_2 + l_2 w_2}{1 - \delta + p_{k2}} = w_1 + (1 - \delta + p_{k1})k_1 + \frac{w_2}{1 - \delta + p_{k2}}$$

$\frac{c_2 + l_2 w_2}{1 - \delta + p_{k2}} = (1+r_2)$

Inkomsten från kapital i andra perioden/utlåning finns inte med här: den handlar bara om att välja mellan konsumtion i period 1 och 2.

Vi får nu tre marginalvillkor: vi väljer (c_1, c_2, l_1, l_2) men har en budget restriktion också.

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r_2} = Y \equiv \underbrace{w_1}_{\text{nuvärde av lönerlöner}} + \underbrace{w_2}_{\text{distanseringsfaktor}} + \underbrace{\frac{w_2 n_2}{1+r_2}}_{\text{bestämning av modighet}} + \underbrace{\frac{(1-\delta)p_{k1} k_1}{36}}_{\text{...}}$$

$$u(x,y) \quad MRS_{xy} = \frac{\partial u/\partial x}{\partial u/\partial y} = \frac{dy}{dx}$$

Marginalvillkoren

Konsumtion-fritid (som tidigare):

$$\frac{u_2(c_1, n_1)}{u_1(c_1, n_1)} = w_1 \quad \text{och} \quad \frac{u_2(c_2, n_2)}{u_1(c_2, n_2)} = w_2.$$

Konsumtion-sparande (nytt):

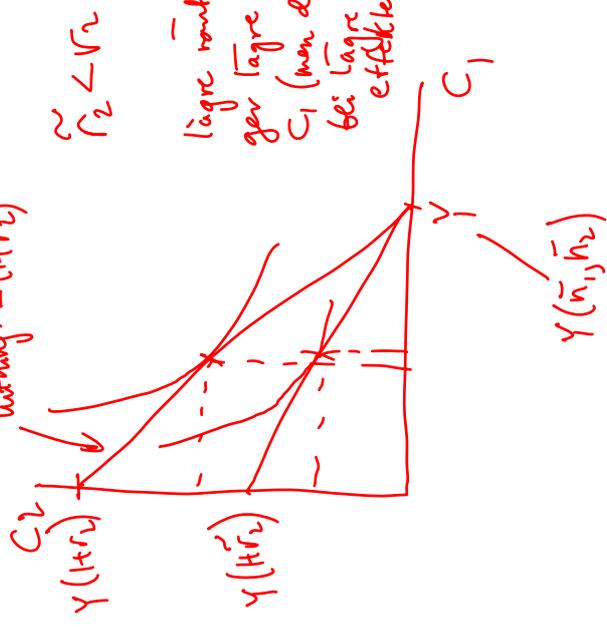
$$MRS_{c_1, c_2} = \frac{u_1(c_1, n_1)}{\beta u_1(c_2, n_2)} = 1 + r_2.$$

Denna ekvation kallas Eulerekvationen.

Marginalvillkoren, tillsammans med budgeten, bestämmer individens val.

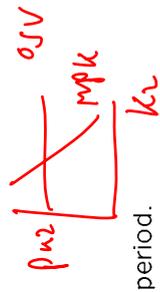
Diagrammatisk illustration sparandeval

GIVET (n_1, n_2)



$$r_2 < \bar{r}_2$$

lägre ränta i bilden ger lägre c_2 och högre c_1 (men det skulle kunna bli lägre c_1 om inkomst-effekten var lite starkare).



Företagen

Exakt samma analys som tidigare, period för period.

Jämvikt

Samma mekanismer klarerar arbetsmarknaden som tidigare: lönen anpassas tills utbud är lika med efterfrågan.

Nytt: räntan anpassas så att sparandet hamnar på rätt nivå.

Hur? Ingen utlåning i jämvikt ($a_2^* = 0$), men kapitalsparandet påverkar räntan: den påverkar $r_2 = p_{k2} - \delta$. p_{k2} är marginalproduktiviteten av kapital, som minskar i k_2 ($p_{k2} = F_3, F_{33} < 0$).

Intuitivt, alltså sparandenivån är unikt bestämd: inga keynesianska koordineringsproblem/självuppfyllande profetior uppstår.

Notera att, med inkomsteffekter, så "beror allt på allt".

Valfärdsanalys

Socialplaneringsproblemet:

$$\max_{c_1, l_1, c_2, l_2, k_2} u(c_1, 1 - l_1) + \beta u(c_2, 1 - l_2)$$

under restriktionerna

$$c_1 + k_2 - (1 - \delta)k_1 = F(z_1, k_1, 1 - l_1)$$

och

$$c_2 = F(z_2, k_2, 1 - l_2) + (1 - \delta)k_2.$$

Marginalvillkor: \checkmark

$$\frac{u_2(c_2^*, n_2^*)}{u_1(c_1^*, n_1^*)} = F_3(z_1, k_1^*, n_1^*, 1), \quad \frac{u_2(c_2^*, n_2^*)}{u_1(c_2^*, n_2^*)} = F_3(z_2, k_2^*, n_2^*, 1),$$

$$MRS_{c_1, l_1} = \frac{u_1(c_1^*, n_1^*)}{\beta u_1(c_2^*, n_2^*)} = 1 - \delta + \underbrace{F_3(z_2, k_2^*, n_2^*)}_{MRT_{c_1, c_2}} = MRT_{c_1, c_2}$$

| \neq V_2

40

Vad kan gå fel? Är analysen rimlig?

- Varför inte befrämja tillväxten?
- Vilken effekt skulle en subvention på sparande ha?
- Det finns inget Keynesianskt koordineringsproblem.
- Vilken roll spelar rationalitetsantagandet i analysen?
- Rationella förväntningar.
- Kan konsumenterna vara för "kortsiktiga" i sitt beteende?

42

Socialplanerarens intertemporalt konsumtionsval; arbetet givet

