# 1 En nykeynesiansk modell (April 25, 2006)

- Låt oss nu tänka oss en modell i många (oändligt många perioder). Det finns en rad tekniska komplikationer med detta, men för vårt syfte är de inte så relevanta.

- Vi tänker oss att företagen har marknadsmakt så att de är prissättare.

- Hushållen väljer i varje period hur mycket arbetskraft de ska erbjuda som en funktion av reallönen.

- Vi bortser från kapitalackumulering.

- I varje period måste ett antal jämviktsvillkor vara uppfyllda.

$$\begin{aligned}
\frac{-u_n}{u_c} &= \frac{W}{P} = \gamma f_n \\
\frac{u_c}{u_c'} &= \beta \frac{1+i'}{1+\pi'} \\
\frac{u_m}{u_c} &= \frac{i'}{1+i'} \\
c &= y = f(n)
\end{aligned}$$

- Det näst sista uttrycket kan vi förstå på följande sätt. Om vi ökar penninginnehavet med en enhet mellan innevarande och nästa period blir alternativkostnaden för detta $\frac{i'}{1+i'}$,eftersom vi alternativt hade kunna köpa obligationer med räntan $i$ som betalas ut i nästa period och därmed har ett nuvärde på $\frac{i'}{1+i'}$. Relativkostnadet för att hålla pengar är därmed $\frac{i'}{1+i'}$ och kvoten mellan marginalnyttorna ska som vanligt vara lika med relativpriset i optimum.

- Per visade att vi kan tolka $\frac{u_c}{u_c'} = \frac{1+i'}{1+\pi'}$ som en IS-kurva. Särskilt tydligt blir det om vi använder log-nytta och resursrestriktionen

$$y' = y\beta\frac{1+i'}{1+\pi'}$$

- Om vi tar logaritmen och fixerar förväntning om produktion i morgon till $\bar{y}$ får vi alltså

$$\ln y = \ln \bar{y} - \left(i - \pi'\right) - \ln \beta$$

- En mer generell nyttofunktion ger $\frac{y^{\sigma-1}}{y'^{\sigma-1}} = \frac{1+i'}{1+\pi'}$ vilket efter logaritmering ger

$$\ln y = \ln \bar{y} - \frac{i-\pi'}{1-\sigma} - \ln \beta$$

vilket vi kommer att använda nedan.

## 1.1 Prissättning

- Vi har tidigare sett att med flexibla priser gäller att företagens vinstmaximering innebär att för alla företag sätter priset som ett påslag på de nominella marginalkostnaderna.

- Låt produktionsfunktionen vara

$$f(n) = zn$$

då är den nominella marginalkostnaden lika med $\frac{W_t}{z_t}$ och den reala definierar vi som $\frac{W_t}{z_t P_t} \equiv v_t$.

- Antag nu att företagen måste sätta sitt pris för två perioder. Företagens diskonterade vinst blir då

$$\left(\bar{P}_{i,t} - P_t v_t\right) D\left(\frac{\bar{P}_{i,t}}{P_t}, C_t\right) + \frac{\left(\bar{P}_{i,t} - P_{t+1} v_{t+1}\right) D\left(\frac{\bar{P}_{i,t}}{P_{t+1}}, C_{t+1}\right)}{1 + i_{t+1}}$$

där $D\left(\frac{\bar{P}_{i,t}}{P_t}, C_t\right)$ är efterfrågefunktionen i period $t$ som beror på företagets pris $\frac{\bar{P}_{i,t}}{P_t}$ relativt det aggregerade prisindexet och aggregerad konsumtion $C_t$.

- Intuitivt förstår man lätt att priset som sätts för två perioder måste vara mellan det som maximerar vinsten i första perioden och det som maximerar vinsten i andra perioden. Om realräntan och inflationen inte är så hög så kan man visa att företagens optimala pris blir

$$\bar{P}_{i,t} \approx P_t \frac{v_t}{\gamma} \left( 1 + E_t \frac{\pi_{t+1} + g^v_{t+1}}{2} \right).$$

  där $g^v_{t+1} \equiv \frac{v_{t+1}}{v_t} - 1$ är förändringen i den reala marginalkostnaden och vi tillåter osäkerhet. Som vi ser sätter företagen pris som ett genomsnitt av det pris som skulle vara optimal idag och det som skulle vara optimalt i nästa period.

- Antag att vi har ett steady state med $\pi = g^v = 0$, då gäller $P_i = P = P\frac{v}{\gamma}(1+0)$, dvs $\gamma = v$ innebärande att den reala produktionskostnaden är $\gamma$ och reallönen $z\gamma$. (Tolka).

## 1.2 Överlappande kontrakt

Låt oss nu slutligen anta att hälften av företagen sätter nya priser varje period. Man kan visa att om hushållens nyttofunktion liksom tidigare innebär att den aggregerade konsumtions korgen är $c_t = N^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left( c_{1t}^{\gamma} + ... + c_{Nt}^{\gamma} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$ så är det korrekta prisindexet $P_t = \left( \sum_{i=1}^{N} N^{-1} P_{it}^{\frac{-\gamma}{1-\gamma}} \right)^{\frac{1-\gamma}{-\gamma}}$. I detta fall har vi två priser så prisindexet blir $P_t = \left( \frac{1}{2} \left( \bar{P}_{i,t}^{\frac{-\gamma}{1-\gamma}} + \bar{P}_{i,t-1}^{\frac{-\gamma}{1-\gamma}} \right) \right)^{\frac{1-\gamma}{-\gamma}}$. Om inflationen är liten kan vi göra en första-ordningens Taylor approximation till detta runt $\bar{P}_{i,t-1}$

$$
\begin{aligned}
\frac{P_t - \bar{P}_{i,t-1}}{\bar{P}_{i,t-1}} &\approx \left[\frac{dP_t}{d\bar{P}_{i,t}}\right]_{\bar{P}_{i,t}=\bar{P}_{i,t-1}} \frac{\bar{P}_{i,t} - \bar{P}_{i,t-1}}{\bar{P}_{i,t-1}} \\
&= \frac{1}{2}\frac{\bar{P}_{i,t} - \bar{P}_{i,t-1}}{\bar{P}_{i,t-1}} \\
\ln P_t - \ln \bar{P}_{i,t-1} &\approx \frac{1}{2}\left(\ln \bar{P}_{i,t} - \ln \bar{P}_{i,t-1}\right)
\end{aligned}
$$

- Låt oss anta att ekonomin var i steady state förra perioden, och också förväntades vara kvar där samt att inflationen förväntades vara 0. Då gäller

$$\bar{P}_{i,t-1} = P_{t-1}$$

- Logaritmera och använd våra tidigare resultat

$$
\begin{aligned}
\ln P_t &= \frac{1}{2}\ln \bar{P}_{i,t} + \frac{1}{2}\ln P_{t-1} \\
\ln P_t - \ln P_{t-1} &\approx \frac{1}{2}\ln P_t + \frac{1}{2}\ln \frac{v_t}{\gamma} + E_t\frac{\pi_{t+1} + g^v_{t+1}}{2} - \frac{1}{2}\ln P_{t-1} \\
\pi_t &\approx \frac{v_t}{\gamma} - 1 + E_t\pi_{t+1} + E_t g^v_{t+1}
\end{aligned}
$$

- Dvs inflationen beror
  - positivt på avvikelsen mellan $\frac{v_t}{\gamma}$ och dess steady state värde 1.
  - positivt på förväntad inflation
  - positivt på förväntad förändring i reala kostnader.

## 1.3 En mikro-baserad Phillips kurva

- Notera tillslut att $\frac{W_t}{z_t P_t} \equiv v_t$ är lika med reallönen per effektivitetsenhet arbetskraft.

- I steady state är $v_t = \gamma$ och vi kan definiera "naturlig produktion" som den produktion som uppstår när $v_t = \gamma$ och $\frac{W_t}{z_t P_t} = \gamma$ som "naturlig reallön" per effektivitetsenhet. Om $\frac{W_t}{z_t P_t} > \gamma$ är alltså lönen högre än den naturliga och under rimliga antaganden också arbetsutbud och produktion högre än den naturliga och vi kan härleda en ny-Keynesiansk Phillips-kurva. Vi gör det genom att notera att $\frac{v_t - \gamma}{\gamma}$ är ungefärligen proportionell mot avvikelsen från naturlig produktion $\frac{v_t - \gamma}{\gamma} \approx A \cdot \frac{y_t - y^*}{y^*} \approx A\left(\ln y_t - \ln y^*\right)$, vilket ger

$$\pi_t - E_t \pi_{t+1} = A \cdot \left(\ln y_t - \ln y^*\right) + E_t \ln v_{t+1} - \ln v_t.$$

  där den andra termen kan tolkas som en förväntad "cost-push" shock.

## 1.4 Varianter

- Det har också visat sig att det finns betydande större persistens i *inflationen*, vilket den ny-Keynesianska Phillipskurvan inte kan förklara. Ofta estimeras därför

  $$\pi_t \approx A \cdot (\ln y_t - \ln y^*) + (1-\phi)(E_t \pi_{t+1} + E_t \ln v_{t+1} - \ln v_t) + \phi \pi_{t-1}$$

  men ännu finns ingen klar konsensus om hur viktig den bakåtblickande delen är och vad den i så fall kommer ifrån.

- Parametern $\phi$ beskriver här graden av bakåtblickande beteende som bla beror på hur stor andel av företagen som kan ändra sina priser varje period.

- Man kan också anta att vissa företagen måste sätta priserna en period i förväg. Då kan man härleda något i stil med

  $$\pi_t \approx A \cdot (\ln y_t - \ln y^*) + E_t \ln v_{t+1} - \ln v_t + E_{t-1}(\pi_t + \ln v_t - \ln v_{t-1})$$

- Vi har antagit att priserna sätts för en bestämd period eller att en viss andel av företagen ändrar sina priser varje period. Ett problem med detta antagande är att längden på perioden som priserna är fixerade eller andelen företag som ändrar sina priser inte är endogen. Rimligen beror dessa parametrar på t.ex. genomsnittlig inflationstakt. Policy experiment kan då vara vanskliga.

- Ett (något) mer fundamentalt sätt att modelera är att anta att det finns en kostnad förenad med att ändra priserna – en meny kostnad. Modellerna blir betydligt mer komplicerad – allmän jämvikt blir ofta för svår att hantera.

- En livlig diskussion pågår om hur "farligt" antagandet om fasta parametrar för prissättningsbeteenden är för modellernas användbarhet.

## 1.5 Allmän jämvikt och penningpolitik

- Antag nu att riksbanken kan sätta nominalräntan genom att styra penningmängden. Låt oss anta att riksbanken sätter räntan som en funktion av inflation och ouput gap med en stokastisk komponent $\iota_t$. Vi har då tre ekvationer

$$\begin{aligned} i_{t+1} &= \delta_i i_t + \delta_\pi \pi_t + \delta_n \hat{y}_t + \iota_t \\ E_t \pi_{t+1} &= \pi_t - A \cdot (\ln y_t - \ln y_t^*) - E_t \ln v_{t+1} - \ln v_t \\ E_t \ln y_{t+1} &= \ln y_t + \frac{i_{t+1} - \pi_{t+1}}{1-\sigma} + \ln \beta \end{aligned}$$

- Detta är ett system av stokastiska differensekvationer i tre endogena variabler, $i_t, \pi_t$ och $\ln y_t$.(Notera att teknologiska chocker påverkar $y_t^*$ eftersom $y^*$ är definierad som produktionen vid naturlig reallön per effektiv arbetskraftsenhet. Jag lägger därför till subskript $t$. Ofta bortses från teknologiska chocker och då är förstås $y^*$ konstant).

- Generellt sett är detta system inte entydigt bestämt. Det kan vara explosivt och ha multipla lösningar. Specifikt, om $\delta_\pi = \delta_n = 0$ så är systemet inte bestämt. Förväntningar om förändringar i inflationstakten kan vara självuppfyllande.

- Om $\delta_i = \delta_n = 0$, medan $\delta_\pi > 0$ hittar vi dock en entydig jämvikt förenlig med rationella förväntningar. Ofta tenderar tillräckligt stark "leaning against the wind" att ge stabilitet och entydighet. Mer komplicerat kan det bli om penningpolitiken styrs av förväntad inflation.

## 1.6 Transitionsmekanismerna

- I modellen som vi sett kan riksbanken styra nominalräntan.

- På grund av prisstelheter leder detta till att realräntan påverkas.

- Om realräntan ökar vill hushållen minska sin konsumtion idag i förhållande till i morgon. Givet stela priser minskar det produktion och sysselsättning vilket har en negativ effekt på inflationen.

- Vi har inte inkluderat direkta effekter av real pennningmängd på marginalnytta av konsumtion och fritid. Sådana går att inkludera men verkar inte vara empiriskt betydelsefulla.

- Ett problem med modellen är att Eulerekvationen (IS-kurvan) innebär att hög realränta ska leda till hög konsumtionstillväxt. Så verkar inte vara fallet i data. Transitionsmekanismen är därför inte helt övertygande.

- Vi har inte inkluderat lönestelhet här, men det går förstås att göra. I praktiken observerar vi förstås betydande stelheter i lönerna och vissa hävdar att detta är av central betydelse för penningpolitikens effekter.

- Andra menar att trots lönernas kan observeras vara ganska tröga är det inte säkert att detta är avgörande för hur företagen använder sin arbetskraft eftersom relationen arbetsgivare/löntagare ofta(st) är av långsiktig natur.

## 1.7 Välfärd

- För att förenkla välfärdsanalysen används ofta en andra ordningens Taylor approximation till välfärdesfunktionen. Som ni säkert sett används varianter på denna ofta i litteraturen om optimal penningteori.
- Den approximerade välfärdsfuntionen kan uttryckas som en förlustfunktion (jämfört med first-best) linjär i tre termer. Dessa kommer att vara
  1. ett "output gap" (avvikelsen mellan faktisk produktion och *first best*) i kvadrat,
  2. inflationen i kvadrat (i modellen med priser satta för flera perioder), eller en inflationsshock (i modellen där priserna bestäms en period innan) i kvadrat samt.
  3. ett "relative output gap" i kvadrat som kommer sig av relativprisdistorsioner.

- Monopoldistorsionen i genomsnitt kan man bli av med med hjälp av en strukturell subvention, dvs en subvention som inte är cyklisk. Välfärdskonsekvenserna av detta kan vara betydande.
- Stabiliseringspolitik kan minska välfärdskostnaderna orsakade av de två övriga termerna. Det är dock svårt att få detta till att särskilt stora effekter på välfärden.

### 1.7.1 Fiscal price theory

- Normal sett lägger vi restriktionen på alla agenter inklusive regeringen att de ska beakta sitt intertemporala budgetvillkor oavsett vilka priser som realiseras.

- Handlingsregler som uppfyller detta krav kallas "Ricardian".

- Enligt "fiscal price theory" kan en regering förra en icke-ricardiansk politik bara budgetvillkoret är uppfyllt *i jämvikt.*

- Som vi kommer att se kommer i så fall jämviktsvillkoret att statens budgetvillkor ska vara uppfyllt i vissa fall att entydigt bestämma prisnivån.

- Låt oss ta ett två-periodsexempel.

- Regeringen startar period 1 med en nominell skuld $B_1$. Dess intertemporala budgetvillkor är

$$P_1\tau_1 + \frac{P_2}{1+r_2}\tau_2 = B_1 + P_1 g_1 + \frac{P_2}{1+r_2} g_2$$

där $g_t$ är real offentlig konsumtion och och $\tau_t$ reala skatteinkomster.

- Vi kan skriva om det

$$\frac{B_1}{P_1} = \tau_1 - g_1 + \frac{1+\pi_2}{1+r_2}\left(\tau_2 - g_2\right)$$

- Detta betyder att den reala skulden i period 1 balanseras av det diskonterade nuvärdet av överskottet i den offentliga budgeten.

- Enligt the fiscal price theory, ska vi tolka detta som ett jämviktsvillkor *som bestämmer* $P_1$. Dvs,

$$P_1 = \frac{B_1}{\tau_1 - g_1 + \frac{1+\pi_2}{1+r_2}(\tau_2 - g_2)}$$

- Som vi ser kommer högre offentliga utgifter att leda till en högre prisnivå. Högre skatter, kommer å andra sidan, att minska prisnivån.

- Problem:

  1. Varför är det just regeringen som kan bedriva en icke-ricardiansk politik?

  2. Varifrån kommer $B_1$?