1 En liten öppen ekonomi

Antaganden:

- arbetskraften är orörlig men att kapitalet kan röra sig fritt.
- Anta priset på kapital därför är *givet*: $\bar{p}_{2k}$.
- Anta att de inhemska hushållen äger k_2^*.
- I jämvikt används därför $\tilde{k}_2^*$, som inte nödvändigtvis är lika med k_2^*: $\tilde{k}_2^* - k_2^*$ hyrs (leasas) från utlandet.

Jämvikten nu: c_2^*, n_2^*, π_2^*, w_2^*, $\tilde{k}_2^*$, där:

- (c_2^*, n_2^*) löser hushållets maximeringproblem, som nu lyder

$$\max_{c_2, n_2} u(c_2, n_2)$$

  givet budgetrestriktionen

$$c_2 = w_2^* n_2 + (\bar{p}_{k2} + 1 - \delta) k_2^* + \pi_2^*.$$

- $(n_2^*, \tilde{k}_2^*)$ löser företagens problem givet $(w_2^*, \bar{p}_{k2})$, med $\pi_2^* = F(z_2, \tilde{k}_2^*, n_2^*) - w_2^* n_2^* - \bar{p}_{k2} \tilde{k}_2^*$.

- $c_2^* + \bar{p}_{k2}(\tilde{k}_2^* - k_2^*) = F(z_2, \tilde{k}_2^*, n_2^*) + (1 - \delta) k_2^*$.

1.1 Resultat: 3 ekvationer, 3 obekanta

Marknaden levererar:

$$p_{k2} = F_2(z_2, \tilde{k}_2^*/n_2^*, 1),$$

$$\frac{u_2(c_2^*, n_2^*)}{u_1(c_2^*, n_2^*)} = w_2^*(= \bar{w}_2!) = F_3(z_2, \tilde{k}_2^*/n_2^*, 1),$$

dvs samma lön som utomlands—nollvinst kräver att w_2^* ges av $\bar{p}_{k2}$—samt

$$c_2^* + \bar{p}_{k2}(\tilde{k}_2^* - k_2^*) = F(z_2, \tilde{k}_2^*, n_2^*) + (1-\delta)k_2^*.$$

De tre obekanta: $\tilde{k}_2^*$, n_2^*, c_2^*. Kapital/arbetskvoten bestäms direkt av $\bar{p}_{k2}$. Lönen sätts därefter.

1.2 Välfärdsanalys i den lilla öppna ekonomin

- Socialplanerarens problem:

$$\max_{c_2, l_2, \tilde{k}_2} u(c_2, 1 - l_2)$$

under restriktionen

$$c_2 + \bar{p}_{k2}(\tilde{k}_2 - k_2^*) = F(z_2, \tilde{k}_2, 1 - l_2) + (1 - \delta)k_2^*.$$

- Marginalvillkor för socialplaneraren:

$$\frac{u_2(c_2^*, n_2^*)}{u_1(c_2^*, n_2^*)} = F_3(z_2, \tilde{k}_2^*/n_2^*, 1) \quad \text{och} \quad \bar{p}_{k2} = F_2(z_2, \tilde{k}_2^*/n_2^*, 1).$$

- Detta är vad marknaden levererar, igen.

1.3 Gemensam kapital- och arbetsmarknad

- Anta att både arbetskraften och kapitalet kan röra sig fritt, till nollkostnad. Också priset på arbete därför givet: $\bar{w}_2$.

- Nu reduceras den lilla ekonomin till dess hushåll och dess maximerings problem, eftersom företagen går med nollvinst och agerar utan gränser.

- Jämvikten är nu alltså helt enkelt: c_2^*, n_2^*: som löser hushållets maximeringproblem:

$$\max_{c_2, n_2} u(c_2, n_2)$$

givet budgetrestriktionen

$$c_2 = \bar{w}_2 n_2 + (\bar{p}_{k2} + 1 - \delta) k_2^*.$$

2 Osäkerhet

- Anta att produktiviteten i period 2 (z_2) är förknippad med osäkerhet: är stokastisk. Genomgående exempel: produktivitet $z_2 = z_l$ med sannolikhet λ och $z_2 = z_h$ med sannolikhet $1 - \lambda$, med $z_h > z_l$. RBC

1. Konsumenten (eller socialplaneraren) har nu ett svårare problem: hur handskas de med osäkerhet? Hur bedömer de den? De gillar den inte—vi uttrycker det med *riskaversion*.

2. Med osäkerhet: efterfrågan på försäkring, dvs skydd mot chocker. Hur påverkas konsumtion och sparande av osäkerhet. *Prudence.*

3. Hur bestäms tillgångspriserna i allmän jämvikt?

2.1 Riskaversion

- Vi bortser för enkelhets skull från val av fritid. Konsumentens nytta antas vara

$$u(c_1, n_1) + \beta E[u(c_2, n_2)],$$

dvs

$$u(c_1, n_1) + \beta \left\{ \lambda u(c_l, n_l) + (1 - \lambda) u(c_h, n_h) \right\}.$$

- För enkelhets skull, koncentrera på fallet då $u(c, n) = u(c)$: ingen nytta av fritid. Då blir $n = 1$ alltid optimalt.

- "Riskneutrala" konsumenter har linjär nyttofunktion:

$$u(c) = c \quad \Rightarrow \quad E[u(c)] = \lambda c_l + (1 - \lambda) c_h \equiv E[c] = u(E[c]).$$

Man får samma nytta av osäker konsumtion, med genomsnitt $E[c]$, som med att en säker konsumtion av genomsnittet.

2.2 Riskaversion: illustration

- Riskaversion: $u(c)$ strikt konkav:

$$E[u(c)] = \lambda u(c_l) + (1-\lambda)u(c_h) < u(\lambda c_l + (1-\lambda)c_h) = u(E[c]).$$

Man får högre nytta av att konsumera $E[c]$ med säkerhet än av att konsumera något osäkert med genomsnitt $E[c]$.

2.3 Fullständiga marknader

- Vad är fullständiga marknader?

- Marknaderna måste tillåta att man gör en optimal avvägning av konsumtion:

  1. av av olika varor (t.ex., konsumtion/fritid),
  2. vid olika tidpunkter ($t = 1, 2$) och
  3. vid olika stokastiska utfall (goda/dåliga tider, $z_2 = z_h, z_l$).

- Enkel konstruktion: Två tillgångar (värdepapper) med egenskapen att det ena betalar en enhet av konsumtionsvaran om $z_2 = z_h$ och den andra en enhet om $z_2 = z_l$, dvs, vi har två *contingent claims*. Priserna på dessa i period 1 kallas p_h och p_l.

- Våra contingent claims är enkla i meningen att de betalar bara i ett av alla möjliga utfall. Vi kan också konstruera sammansatta tillgångar och härleda deras pris. Priserna på en säker obligation och en osäker som ger z_h, respektive z_l i de två utfallen blir

$$p_h + p_l \text{ och } z_h p_h + z_l p_l \tag{1}$$

- Man kan visa att om det finns S olika möjliga utfall behövs S omsesidigt oberoende (alltså inte helt korrelerade) tillgångar, t.ex. men inte nödvändigtvis de enkla tillgångarna. Detta beror på att vi kan konstruera alla enkla (eller alla sammansatta) tillgångar om detta är uppfyllt.

- Vi kan konstruera den enkla tillgången som ger 1 om $z = z_h$ genom att köpa $q_a = \frac{1}{z_h - z_l}$av den osäkra och $q_b = \frac{-z_l}{z_h - z_l}$ obligationer. Kontrollera.
  - För denna portfölj betalar vi $\frac{z_h p_h + z_l p_l}{z_h - z_l} + \frac{-z_l(p_h + p_l)}{z_h - z_l} = p_h$,
  - Om $z_2 = z_h$ får vi $\frac{z_h}{z_h - z_l} - \frac{z_l}{z_h - z_l} = 1$, och om $z_2 = z_l$ får vi $\frac{z_l}{z_h - z_l} - \frac{z_l}{z_h - z_l} = 0$.
  - Lösning på ekvationerna $q_a z_h + q_b = 1$ och $q_a z_l + q_b = 0$.

- Exempel på a**rbitrageprissättning** – antag att en tillgång x konstrueras av andra tillgångar som handlas på marknaden. Priset på x måste då vara lika med priset på den sammansatta portföljen enligt arbitragepristeorin. Förutsätter friktionsfria marknader – t.ex. inga transaktionskostnader.

2.4 Beteende

- Låt oss först analysera valet mellan konsumtion i de två olika tillstånden, $z = z_l$ och $z = z_h$. Notera att vi måste bestämma det på förhand, genom att köpa tillräckligt av de betingade kontakten. Hur kommer då allokeringen mellan konsumtion i de två tillstånden att ske?

$$\max_{c_l, c_h} \lambda u(c_l) + (1-\lambda) u(c_h) \tag{2}$$

$$\text{s.t. } p_l c_l + p_h c_h = w_2 \tag{3}$$

- Optimumvillkoret kan härledas genom att sätta $\frac{\lambda u'(c_l)}{p_l} - \frac{\lambda u'(c_l)}{p_l} = 0$ (en "krona" mer på konsumtion i tillstånd $z = z_l$ och en mindre i $z = z_h$ ska inte påverka nyttan). Med andra ord, MRS=MRT, eller

$$\frac{\lambda u'(c_l)}{(1-\lambda) u'(c_h)} = \frac{p_l}{ph} \tag{4}$$

- Låt oss nu hypotetiskt anta att p_h och p_l är *aktuariskt rättvisa*, dvs $p_l = \frac{\lambda}{1+r}$ och $p_h = \frac{1-\lambda}{1+r}$. Vi får då

$$\frac{\lambda u'(c_l)}{(1-\lambda)\, u'(c_h)} = \frac{\lambda}{1-\lambda} \tag{5}$$

- Detta innebär att

$$\frac{u'(c_l)}{u'(c_h)} = 1, \tag{6}$$

så hushållet kommer att fullständigt försäkra sig *om det är riskavert.* Endast om $\frac{p_l}{p_h} > \frac{\lambda}{1-\lambda}$ kommer man att kunna ha $u'(c_l) > u'(c_h)$ dvs $c_l < c_h$

2.5 Försiktighetsparande

- Låt oss nu analysera hur risk påverkar sparandet.
- Vi noterar att en enhets högre sparande i period 1 minskar nyttan med $u'(c_1)$. Nästa period ökar nyttan med $(1+r)E[u'(c_2)]$. Euler ekvationen blir därför

$$\frac{u'(c_1)}{\beta E[u'(c_2)]} = 1 + r$$

  där $E[u'(c_2)] = \lambda u'(c_l) + (1-\lambda)u'(c_h)$.

- Hur påverkas detta villkor av större risk, definierad som större spridning mellan c_h och c_l?
- Det beror på kurvaturen av *marginalnyttan*! Med linjär marginalnytta (fortfarande riskavert individ) påverkas inte förväntad marginalnytta av storleken på osäkerheten. Individen ogillar risk men hans konsumtionsbeslut påverkas inte (*certainty equivalence*).

2.6 Tillgångspriser

- På samma sätt som vi tidigare bestämde räntan i fallet utan osäkerhet från konsumenternas avvägning över tiden kan vi nu använda avvägningen mellan konsumtion i de olika tillstånden för att prissätta p_h och p_l.

- Priset måste vara sådant att det representativa hushållet är indifferent mellan att köpa lite mer av tillgången $-u'(c_1)\,p_h + \beta(1-\lambda)\,u'(c_{2h})$ där c_{2h} är konsumtionen i andra perioden, givet att produktiviteten är hög. Priserna blir alltså
$$p_h = \beta(1-\lambda)\frac{u'(c_{2h})}{u'(c_1)} \text{ och } p_l = \beta\lambda\frac{u'(c_{2l})}{u'(c_1)} \tag{7}$$

- Eftersom vi har ett representativt hushåll kan vi räkna ut konsumtionen i de två fallen som produktionen minus eventuella annan resursåtgång i de två tillstånden.

Kommentar

$$p_h = \beta \left(1 - \lambda\right) \frac{u' \left(c_{2h}\right)}{u' \left(c_1\right)} \text{ och } p_l = \beta \lambda \frac{u' \left(c_{2l}\right)}{u' \left(c_1\right)} \tag{8}$$

- Notera att $\frac{p_h}{1-\lambda} < \frac{p_l}{\lambda}$ om individerna är riskaverta. Varför?
- Det betyder att aktien tenderar att vara värd mindre än obligationen, givet samma förväntade avkastning. Varför?
- Individspecifik kontra aggregerad risk.
- Heterogenitet i förmöghenhet.

2.7 Equity premium

- Vi kan använda vår modell för att räkna ut vad den förväntade avkastningen på aktier och obligationer "borde" vara om alla antaganden ovan är uppfyllda. Låt oss anta att:

  1. $\delta = 1$ så konsumtionen i period 2 är lika med produktionen i period 2.

  2. vi kan bortse från arbetskraft $y_s = z_s k_2$, hyrespriset på kapital i period 2 är då $p_k = z_2$,

  3. kapitalstocken är oförändrad mellan period 1 och 2 (kort tidsavstånd) och normaliserad till 1.

- Vi har en fullständig finansiell marknad med aktier och obligationer.

- En aktie är en andel i nästa periods kapitalstock. Värdet på aktien i period två är därmed $p_k = z_2 = y_2$,vilket är stokastiskt.

- Obligationen ger med säkerhet en enhet konsumtionsvara i period 2 och är då alltså värd 1 (vi utrycker allt i konsumtionsenheter).

- Liksom tidigare antar att $z_2 = y_2$ är y_l med sannolikheten λ och annars y_h. Avkastningarna blir då

$$r_b = \frac{1}{p_h + p_l} - 1 \tag{9}$$

$$\tilde{r}_a = \frac{(1 - \lambda)\, y_h + \lambda y_l}{y_h p_h + y_l p_l} - 1 \tag{10}$$

2.8 Kalibrering

- För att förenkla kalibreringen sätter vi $\lambda = \frac{1}{2}$.

- Då är $\bar{g}_c \equiv \frac{y_h + y_l}{2} - 1$ är förväntad konsumtionstillväxt.

- $\sigma_c \equiv \left(\frac{(y_h - (1+g_c))^2 + (y_l - (1+g_c))^2}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ är konsumtionstillväxt standardavvikelse, dvs vet vi $\bar{g}_c$ och σ_c kan vi räkna ut $y_h$och y_l.

- Resten blir övningsuppgift.

2.9 Bubblor

- Låt oss anta att ekonomin existerar för evigt och låt oss fokusera på fallet utan osäkerhet. Skulle en egentligen värdelös tillgång ändå kunna ha ett positivt värde trots att alla individer är rationella?

- Om så är fallet måste det vara för att man alltid kan sälja den vidare till någon annan – ett kedjebrev. Varför? Detta gör att ett positivt pris på en värdelös tillgång förutsätter oändlig horisont *och* ett oändligt antal individer. Annars måste det finnas någon som slutar med Svarte Petter.

- I avsaknad av risk vet vi att räntan på en säker tillgång ges av $1+r = \frac{u'(c_t)}{\beta u'(c_{t+1})}$. För att man ska hålla den värdelösa tillgången måste den därför växa med en faktor $1+r$ per period. Efter t perioder har priset alltså vuxit till $(1+r)^t$ gånger det ursprungliga priset. Om $r > 0$ kommer alltså priset att gå mot oändligheten när tiden går mot oändligheten. Är detta rimligt?

- Nej, om inte tillväxten i ekonomin är större än r. Då kan vi inte nödvändigtvis utesluta bubblor.

- I det senare fallet kan man visa att ekonomin har hamnat i en sorts "överinvesteringar". Genom att minska investeringarna och istället "investera" i bubblor kan det samlade konsumtionsutrymmet faktiskt öka. Den som först emmiterade bubblan får en gratislunch utan att det inkräktar på någon annans konsumtionsmöjligheter.

2.10 Diskussion

- Hur perfekta är marknaderna?
- Vad betyder heterogenitet? Förmögenhet, inkomstslag.
- Rationalitet?
- Fungerar prissättningsmodellen?